Évolution de la taille des graines en relation avec l'agent de dispersion

12 Avril 2013

Angela.Etienne@unil.ch

Damien.Romascano@unil.ch

Mathieu.Seppey@unil.ch

Supervisé par

Anna Kostikova

Nicolas Salamin

Background

- Phylogénie

- Évolution des espèces grâce à la sélection naturelle

- Meilleure compréhension des phénomènes évolutifs

Régime Sélectif

Zoochorie

Anémochorie

Buts

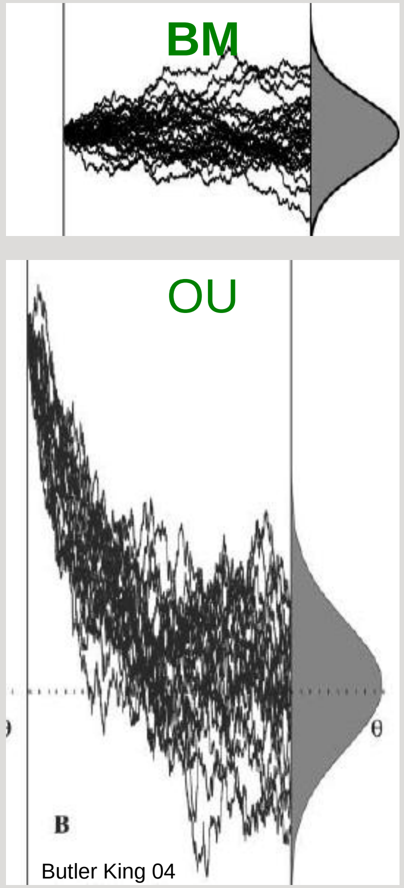
- Différence de taille des graines due à la sélection ou non ?

- Modèle BM (Brownian Motion)

  Pas de sélection

- Modèle OU (Ornstein-Uhlenbeck)

  Effet de la sélection



Méthodologie

La fonction de vraisemblance

- Modèle BM:

$$L\ (\mu,\sigma;\ \ x_i) = \frac{1}{(2\pi)^{k/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu)\right)$$

- Modèle OU:

$$\mathcal{L}(\alpha,\sigma,\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \sigma^{2N} \det \tilde{\mathbf{V}}}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{x}-\mathbf{W}\boldsymbol{\theta})'\tilde{\mathbf{V}}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{W}\boldsymbol{\theta})}{2\sigma^2}\right].$$

Description des paramètres

Modèle OU:

Weight Matrix

Force de Sélection α

Régime de sélection

Optimum Théorique θ

$$\mathcal{L}(\alpha, \sigma, \theta | \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \sigma^{2N} \det \tilde{\mathbf{V}}}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{W}\theta)' \tilde{\mathbf{V}}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{W}\theta)}{2\sigma^2} \right].$$

Variance σ

Matrice VCV

Force de Sélection α

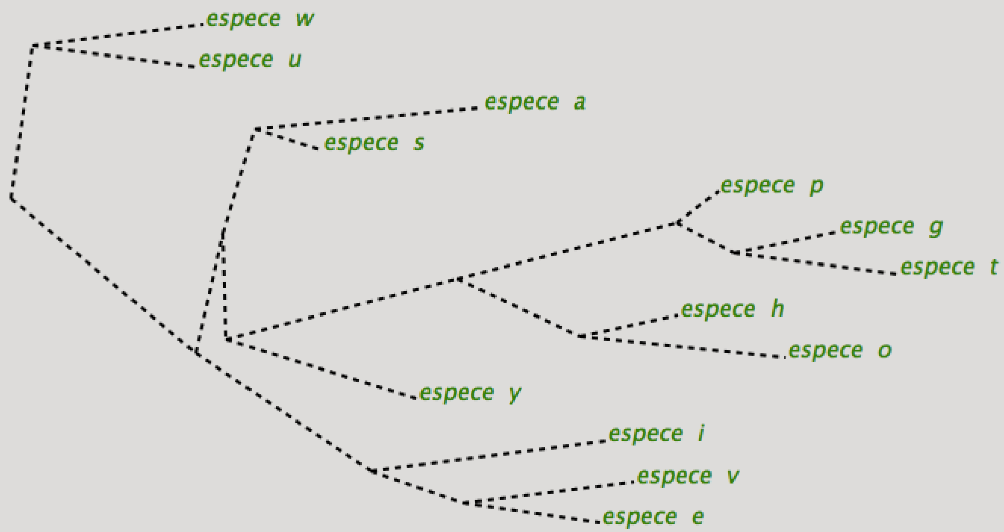
Variance σ

Paramètres à optimiser

Le package APE

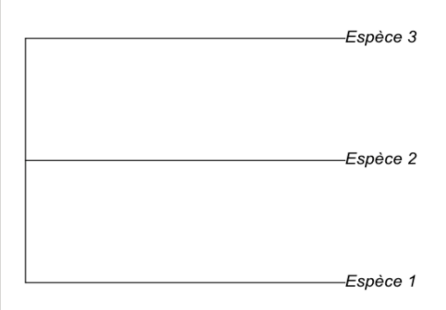
Pour manipuler des données phylogénétiques dans R

Analyses of **P**hylogenetics and **E**volution

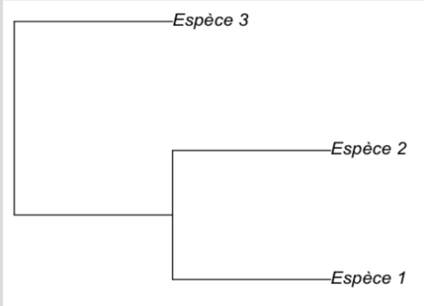


$$\mathcal{L}(\alpha,\sigma,\theta|\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \sigma^{2N} \det \tilde{\mathbf{V}}}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{x}-\mathbf{W}\theta)'\tilde{\mathbf{V}}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{W}\theta)}{2\sigma^2}\right].$$

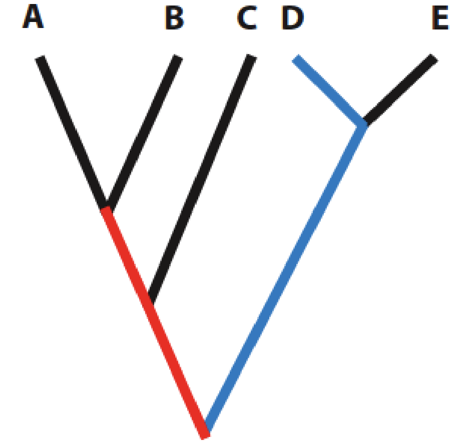
Matrice de variance-covariance



$\neq$



$$\boxed{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}$$



	A	B	C	D	E
A	var(A)	cov(A,B)	cov(A,C)	cov(A,D)	cov(A,E)
B	cov(B,A)	var(B)	cov(B,C)	cov(B,D)	cov(B,E)
C	cov(C,A)	cov(C,B)	var(C)	cov(C,D)	cov(C,E)
D	cov(D,A)	cov(D,B)	cov(D,C)	var(D)	cov(D,E)
E	cov(E,A)	cov(E,B)	cov(E,C)	cov(E,D)	var(E)

A	μ_A
B	μ_B
C	μ_C
D	μ_D
E	μ_E

O'Meara 2012

$$\mathcal{L}(\alpha, \sigma, \theta | \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \sigma^{2N} \det \tilde{\mathbf{V}}}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{W}\theta)' \tilde{\mathbf{V}}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{W}\theta)}{2\sigma^2}\right].$$

VCV : Implémentation dans R pour les 2 modèles

La fonction vcv() sur un object phylo renvoie une matrice

Modèle BM :

$$\frac{1}{(2\pi)^{k/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1} (x-\mu)\right)$$

Modèle OU :

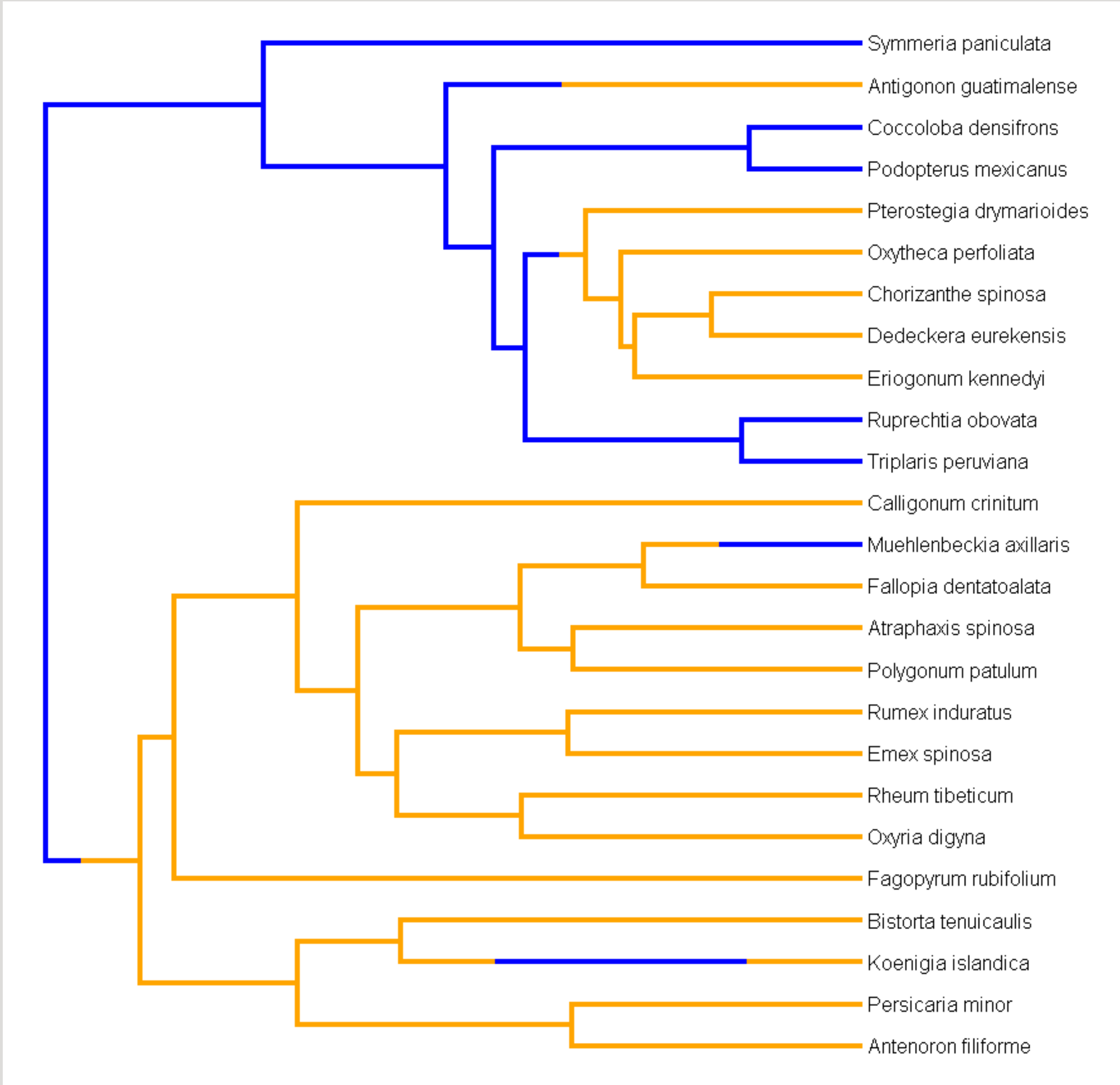
$$\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \sigma^{2N} \det \tilde{\mathbf{V}}}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{W}\theta)' \tilde{\mathbf{V}}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{W}\theta)}{2\sigma^2}\right].$$

Pondération :

$$\tilde{V}_{ij} = \frac{e^{-2\alpha(T - s_{ij})}(1 - e^{-2\alpha s_{ij}})}{2\alpha}$$

Les régimes de sélection

$$\mathcal{L}(\alpha,\sigma,\theta|\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N\sigma^{2N}\det\tilde{\mathbf{V}}}}\exp\left[-\frac{(\mathbf{x}-\mathbf{W}\theta)^{\top}\tilde{\mathbf{V}}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{W}\theta)}{2\sigma^2}\right].$$

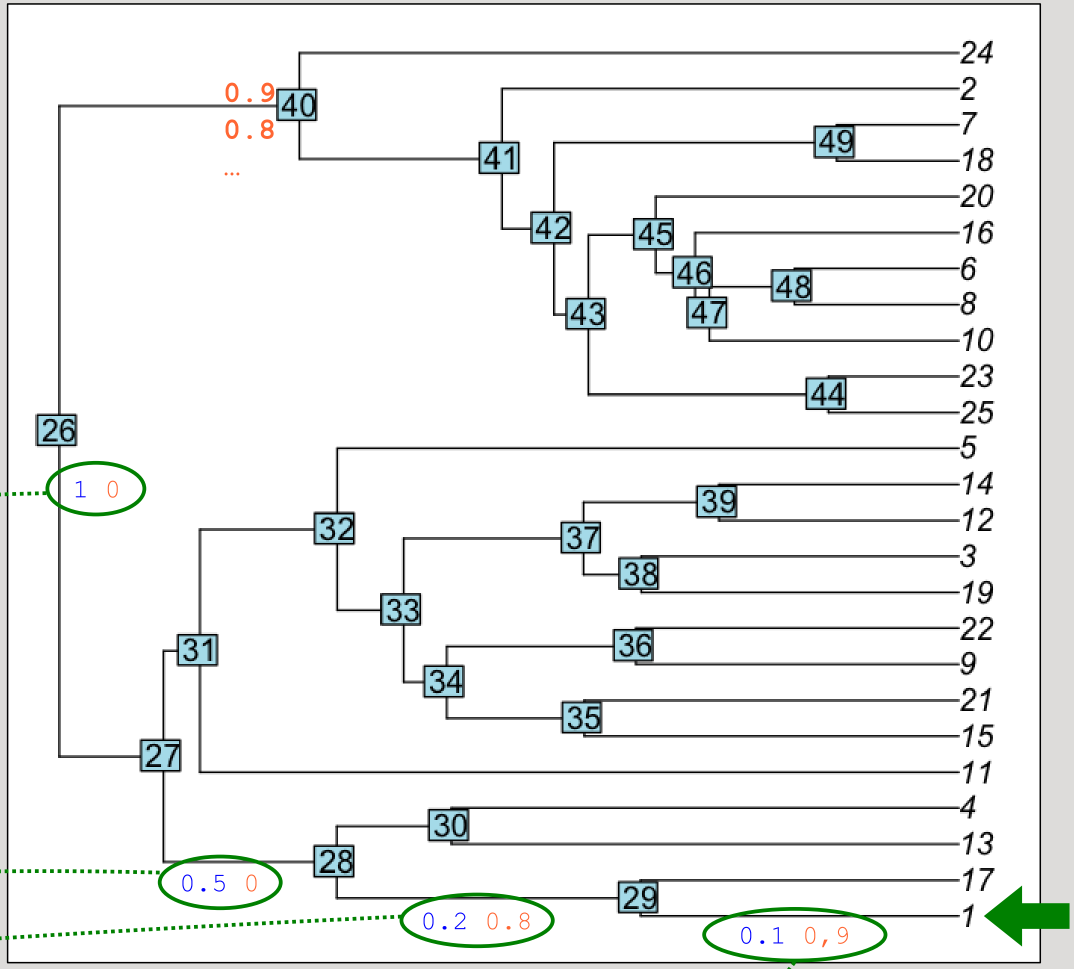


$$\mathcal{L}(\alpha,\sigma,\theta|\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N\sigma^{2N}\det\tilde{\mathbf{V}}}}\exp\left[-\frac{(\mathbf{x}-\mathbf{W}\theta)'\tilde{\mathbf{V}}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{W}\theta)}{2\sigma^2}\right].$$

La pondération des régimes

départ	arrivée	age (MY)	regime1	regime2
29	1	10,3	0.1	0.9
28	29	31.6	0.2	0.8
…	…	…	…	…

$$\boxed{W_{ik} = e^{-\alpha T}\sum_{\gamma=1}^{\kappa(i)}\beta_{ik}^{\gamma}\left(e^{\alpha t_i^{\gamma}} - e^{\alpha t_i^{\gamma-1}}\right)}$$



W_{ik} W_{ik} W_{ik} W_{ik}

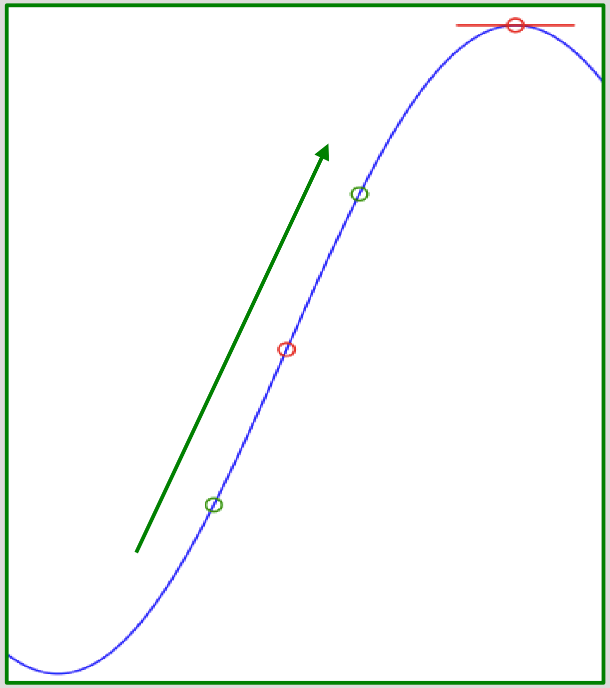
	[,1]	[,2]	[,3]	[,4]	[,n]
[r1,]	2.843221e-01	6.676038e-106	6.676038e-106	6.676038e-106	…
[r2,]	7.156779e-01	1.000000e+00	1.000000e+00	1.000000e+00	…

Dernière étape : maximisation de la fonction de vraissemblance

$\alpha\ \boldsymbol{\sigma}\ \boldsymbol{\theta}_{0,1,2}$

$$\mathcal{L}(\alpha,\sigma,\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \sigma^{2N} \det \tilde{\mathbf{V}}}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{x}-\mathbf{W}\boldsymbol{\theta})'\tilde{\mathbf{V}}^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{W}\boldsymbol{\theta})}{2\sigma^2}\right].$$

itérations



Résultats

Brownian Motion

- $\mu = 2.1024$
- $\sigma^2 = 0.0684$

Ornstein-Uhlenbeck

- $\alpha = 5.1676$
- $\sigma^2 = 1.1799$

- θ_1 (vent) = 1.0366
- θ_2 (animaux)= 3.6903

Résultats

Brownian Motion

- Vraisemblance optimisée = -53.5965

➔ AIC (BM) = 111.1904

Ornstein-Uhlenbeck

- Vraisemblance optimisée = - 45.2712

➔AIC (OU) = 100.5425

Différence significative si supérieure à 3.4

Ici: $\boxed{\Delta \text{ AIC} = 10.64}$

Feedback

Angela.Etienne@unil.ch

Damien.Romascano@unil.ch

Mathieu.Seppey@unil.ch